

Title	「準順序環及ビソノ應用ニツイテ」ノ訂正及ビ補足
Author(s)	吉田, 耕作; 中山, 正
Citation	全国紙上数学談話会. 250 p.158-p.163
Issue Date	1943-03-06
oaire:version	VoR
URL	https://doi.org/10.18910/75039
rights	
Note	

Osaka University Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

Osaka University

1107

~~255~~ 「準順序環及ヒソノ應用ニツイテ」ノ

訂正及ヒ補足

吉田 耕作, 中山 正(名大)

談話 1072 / 証明中代数的ナ部分ノ方ニ誤リガ
アリマシタ / デ補正サセタイタジキマス。ソコノ補題,
normal ナ部分群、*zulässig* デアレ云々ハ正元デ
生成サレタ *normal* 部分群ニツイテノミ云フベキデ
シタ。從ツテ以下ノ様ニヤリナホシマス。

以下ハモトモトノ *Vernikoff-Krein-Torbin*
ノモトノ大体同ジニナツテシマツテキルノラズガ、唯乘法ノ

結合律が (可換律ト同様=), 更ニ環ナルコトが假
レナイデモヨイコト等ノ注意トシテデモ受取ツテ頂キタイ
思ヒマス。

更ニ実数ヲ係数トシテオカナイデモヨイコトモ注意シタ
イト思ヒマス。

G ヲ準順序加法群; $x \geq 0, y \geq 0$ +ラ $x+y \geq 0$;
 $x \geq 0, -x \geq 0$ +ラ $x=0$, トスル。而シテ最初ハ實数
ヲ係数ニセツトシテ

$$x \geq 0, \text{實数 } \alpha \geq 0 \text{ +ラ } \alpha x \geq 0$$

トスル。

更ニ G ハ第二ノ準順序群 Λ ヲ作用域トシテ有シ, $A, B \in \Lambda =$ 對シ

$$x \geq 0, A \geq 0 \text{ +ラ } Ax \geq 0;$$

$$(A+B)x = Ax + Bx, A(x+y) = Ax + Ay,$$

トシ, 更ニ Λ ハあるきめです單位 I ヲ有シ, 而モ I ハ恒
等作用素: $Ix = x$ トスル (前談話ノ条件 A^*)

然ラバ

補題. G ノ正元ノアル集合ヲ生成サレタ *normal*
部分群ハ常ニ $\Lambda =$ 對シ *allowable* デアル。 (証明ハ
前談話ノガコノ場合+ラ適用サレル)

次ニ G 自身があるきめです單位 e ヲ有スルトシ, 而モ (前
談話ニオケルト同ジ番号デ)

$$\text{條件 } B: -e < nx < e \text{ (} n=1, 2, \dots \text{)} +ラ x=0$$

デアルトスル (コノ條件が満たサレテキナイトキハ G ツ
 1 radical (スベテノ $n = \text{對シ}$ $-e < nx < e + \text{ル元}$
 x ノ全体ノ + ス部ハ群) デ割レバ、 1 factor group
ハ條件Bヲ充ス。radicalハ normal 且ツ allow-
able + コト容易ニ知ラレ)

扱テ、今

「任意ノ $\varepsilon > 0 = \text{對シテ}$ $x > -\varepsilon e$ 」

ヲ充スヤウナ元ノ全体 Q ヲ考ヘル。然ラバ $x \geq 0 + \text{ル}$
 x ハ $Q = \text{属スルコト明カ}$ 。更ニ Q ハ加法デ開ケテキルコ
トモ明カ。

マタ $x \in -x \in Q = \text{属スル}$ ナラ $x = 0$ デアル。何
着、 $x > -\varepsilon e$, $-x > -\varepsilon e$ 即チ

$$\varepsilon e > x > -\varepsilon e$$

ガスベテノ $\varepsilon > 0 = \text{成立ツカラデアル}$ 。次ニマタ Q ハ
 $A \geq 0 + \text{ル}$ $A = \text{對シテ}$ 閉ケテキル。即チ $x \in Q$, $A \geq 0$
 $(\in \Omega)$ ナラバ $Ax \in Q$ デアル。ソレニハ $mI \geq A$ 従ッ
テ $me \geq Ae + \text{ル}$ m ヲトレバ、

$$x > -\varepsilon e, Ax > -\varepsilon Ae \geq -m\varepsilon e$$

ガ任意ノ $\varepsilon > 0 = \text{成立ツ故}$ $Ax \in Q$ デアル。

然ルニコレヲハ、我々ノ G ニ新タニ一ツノ準順序ヲ定
義シテ、ソノ準順序デハ Q ガ 0 又ハ正ナル元ノ全体ニナッ
テ居リ、而モソノ新順序ニ對シテ G ハ準順序群 [算法ガ順序
ヲ保ツ] デアリ、 $A \geq 0$ ハ順序ヲ保ツ作用素ニナッテキル事

ヲ示シテキル。原順序デ正ト元ハ新順序デモ正デアール。

而シテ, \mathcal{Q} ノ構成カラ容易ニ知ラレル如ク, コノ新シイ
順序ニ對シテハ, 任意ノ $\varepsilon > 0$ ニ對シテ $x > -\varepsilon e + \varepsilon x \geq 0$,

撰言スレバ

條件 C. $n x < e$ ($n=1, 2, \dots$) + ラバ $x \leq 0$

ガ成立ツアキル。ソコデ今 G ノ元 x ニ對シ

$$\alpha(x) = \inf \{ \alpha \mid \alpha e > x \}$$

トオク (コノデ $>$ ハ原, 新ドチラノ準順序ノ意味トシ
テモ同一デアール)。

然ラバ直チニ $\alpha(x)e - x \in \mathcal{Q}$, ストハチ新順序ノ
意味デ

$$\alpha(x)e - x \geq 0$$

デアール。ソコデ $\alpha(x)e - x$ デ生成サレタ (新順序ノ意味
ノ) *normal* 部分群ヲ考ヘレバ, 我々ノ補題ニヨリ \mathcal{Q}
ニ對シテ *allowable* デアール。而シテコノ *normal* +
allowable + 部分群ヲ *modulus* トシテ $\alpha(x)e \equiv x$
デアール。ナホ, コノ *normal* ト云ツタノハ新順序ノ意
味ヲ言ッタリケデアールガ、新順序デ *normal* + ラ當然原
順序デモサリデアール。

抑テ, 再ビモトノ意味ノ單ニ條件 B ノノミミタス G ニ
モドル。然ラバ上記ノ考察ハコノ G ニ對シテノコトヲ示
ス。

第一ニ, G ノ任意ノ元 x ハ適當 + *allowable*

$normal$ 部分群ヲ $moduls$ トレテ, 従ッテ適當ト
 $Maximal + allowable normal$ 部分群ヲ
 $moduls$ トレテ, e ノ実数倍 $\alpha(x)e = 0$ 同型トナル。

第二, スベテ $max + allowable normal$
 部分群ノ 共通部分ハ ($\alpha(x) \in \alpha(-x) \in 0$ ト元, 即
 チ条件 B カラワカレヌウ) 0 ノミヨリナル。

第三, G ノ $max + allowable normal$ 部
 分群ニヨル 剰餘群ハ 実数ノ 加法群ト同型デアル。カクテ
 G ハ $max. allowable normal$ 部分群ノトス
空間ノ上ノ 実函数ノ 或レ加法群ニ (作用) 同型デアル、順序
ハ \rightarrow 方向ニ保タレル。更ニモシ、条件 C ガ成立ツテキレ
ビ、順序ガ両方向ニ保タレ、コノ同型ハ 順序ヲ フクメテ 同型
デアル (何者、 $x \neq 0$ ナラ $\alpha(x) > 0$ ナカラデアル)

然レテ、実数ヲ 係数ニモクタイ場合ヲ 考察シヨウ。 スガ
 条件・ (5) 或レ自然数 $m = 1$ 對シ $m\alpha \geq 0$ ナラ $\alpha \geq 0$
 トスル。コノトキハ先ダ 有理数ヲ 係数トスレヌウニ G ヲ
 拡張出来ルコトハ容易ニ知ラレル。(例ヘバ小室原氏、談話
 10/1 ト同様) 而レ後コノ 拡張サレタ G ニ於テ (ソコダモ条
 件 B ガ成立ツテキル)

$$\|x\| = \inf (\alpha | -\alpha e < x < \alpha e)$$

トオイテ $norm$ ヲツケ、コノ $norm$ ノ意味ダ $complete$
 ニスレバ、コノ 拡張サレタ群ニハ 實数ガ 係数トナル。作用
 圖モ コノニマダ 拡張出来ル。ヨツテ 上記ガ 適用サレル。由

フテ實數がカケラレナイ場合モ(§)ノ下ニ同様ニナル。

更ニ環ヘノ移行モ明ラカデアイル。即チ 準順序環デ
(§) 及ビ条件 Bヲミタスモノハ、或ル空間ノ実數函
數ノ或ル環ニ同型ナリ、順序モ \rightarrow ノ向キニハ保タレル
(特ニ結合的且ツ可換トナル)。 條件 Cガアレバ順序ヲフク
メテ同型ニナル。

—— (以上) ——